



MATEMATİĞİN İKTİSATTAKİ BAZI UYGULAMALARI

Ahmet Murat BALABAN

Danışman: Prof. Dr. Yusuf ZEREN

Matematik Bölümü, Yıldız Teknik Üniversitesi, İstanbul, Türkiye

Matematikçi Benjamin Peirce'in deyimiyle "gerekli sonuçları çıkararak bilim" in iktisat ile de iç içe olduğu aşikardır. İktisat sosyal bilimlerin çeşitli konularının temel taşlarından biridir. Bir ekonomideki herhangi bir belirli bilgiyi değerlendirirken genellikle nicel yaklaşım yöntemi uygulanır ve kullanılır. İktisatçılar, araştırmalarını, yargılarını ve teorilerini kavranmış matematiksel hesaplamalar yoluyla daha kesin ve güvenilir kılarlar. Bütün bunların yapılabilmesi için matematik çok önemli bir rol oynamaktadır. Matematik olmadan iktisadın niceliklendirilemesi imkansızdır...

Black-Scholes Eşitliği

$$C = S_t N(d_1) - Ke^{-rt} N(d_2)$$

$$d_1 = \frac{\ln \frac{S_t}{K} + (r + \frac{\sigma^2}{2}) t}{\sigma \sqrt{t}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{t}$$

C = alım opsiyonunun fiyatı veya teorik opsiyon değeri

S = mevcut hisse senedi fiyatı

E = opsiyon sözleşmesinde kullanılan fiyatı

R = risksiz faiz oranı

T = son kullanma tarihine kadar yıl cinsinden süre

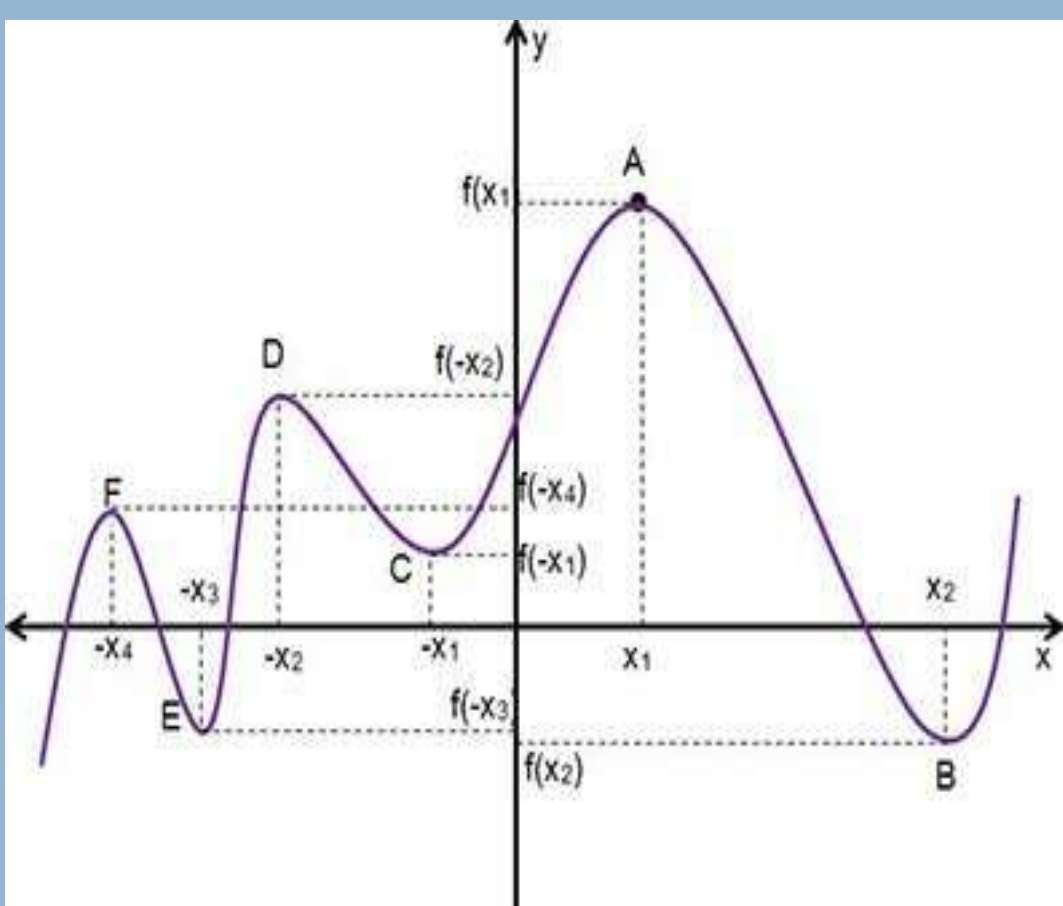
σ = dayanak varlığın oynaklığının ölçüsü

N(d) = (d)'den küçük bir değer oluşma olasılığı

ert = indirim faktörü

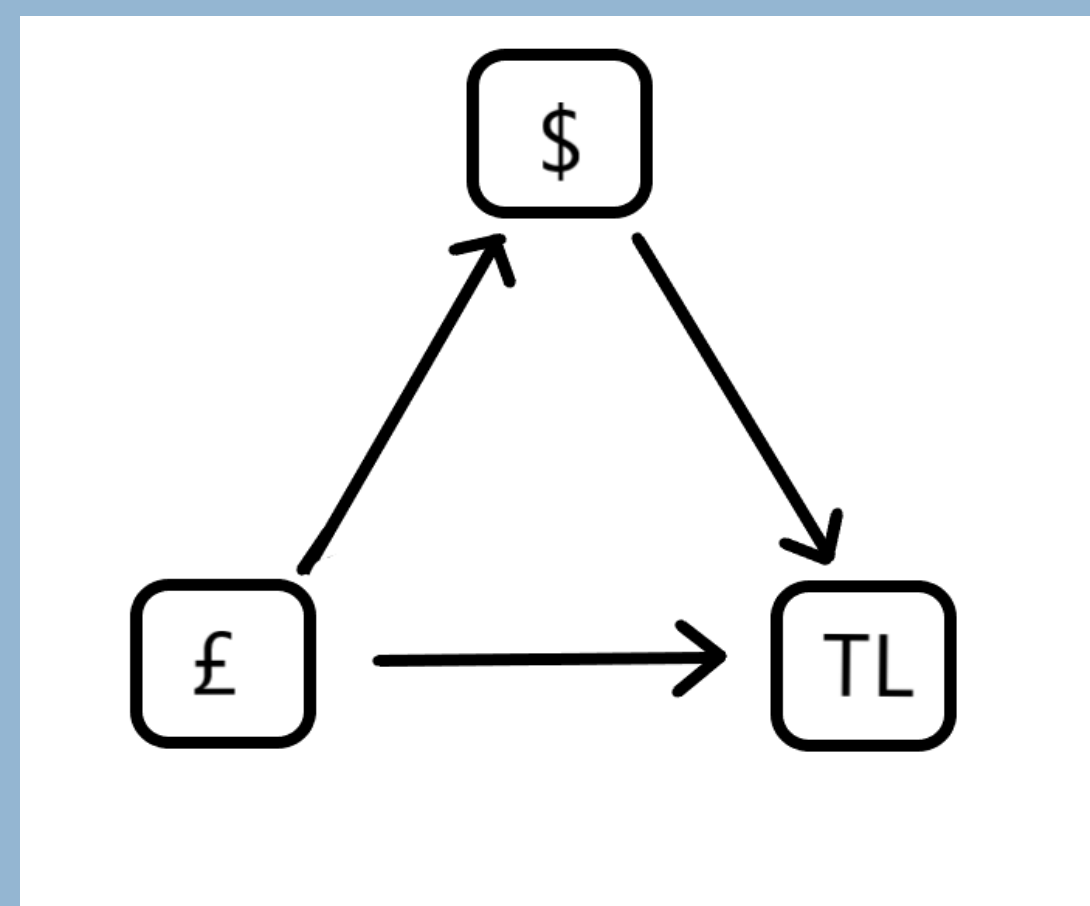
ln = doğal logaritma

Maksimum ve Minimum



Maksimum ve minimum genellikle optimizasyon olarak adlandırılır. Bu optimizasyon, iktisatta; firma dengesinin, tüketicinin maksimum faydasının, maliyetlerin asgari düzeyinin ve karın maksimizasyonunun bulunması gibi çeşitli durumlarda önemli rol oynar. Tüm bu durumlarda ilk adım yazılı bir açıklamayı matematiksel bir fonksiyona dönüştürmektir.

Arbitraj



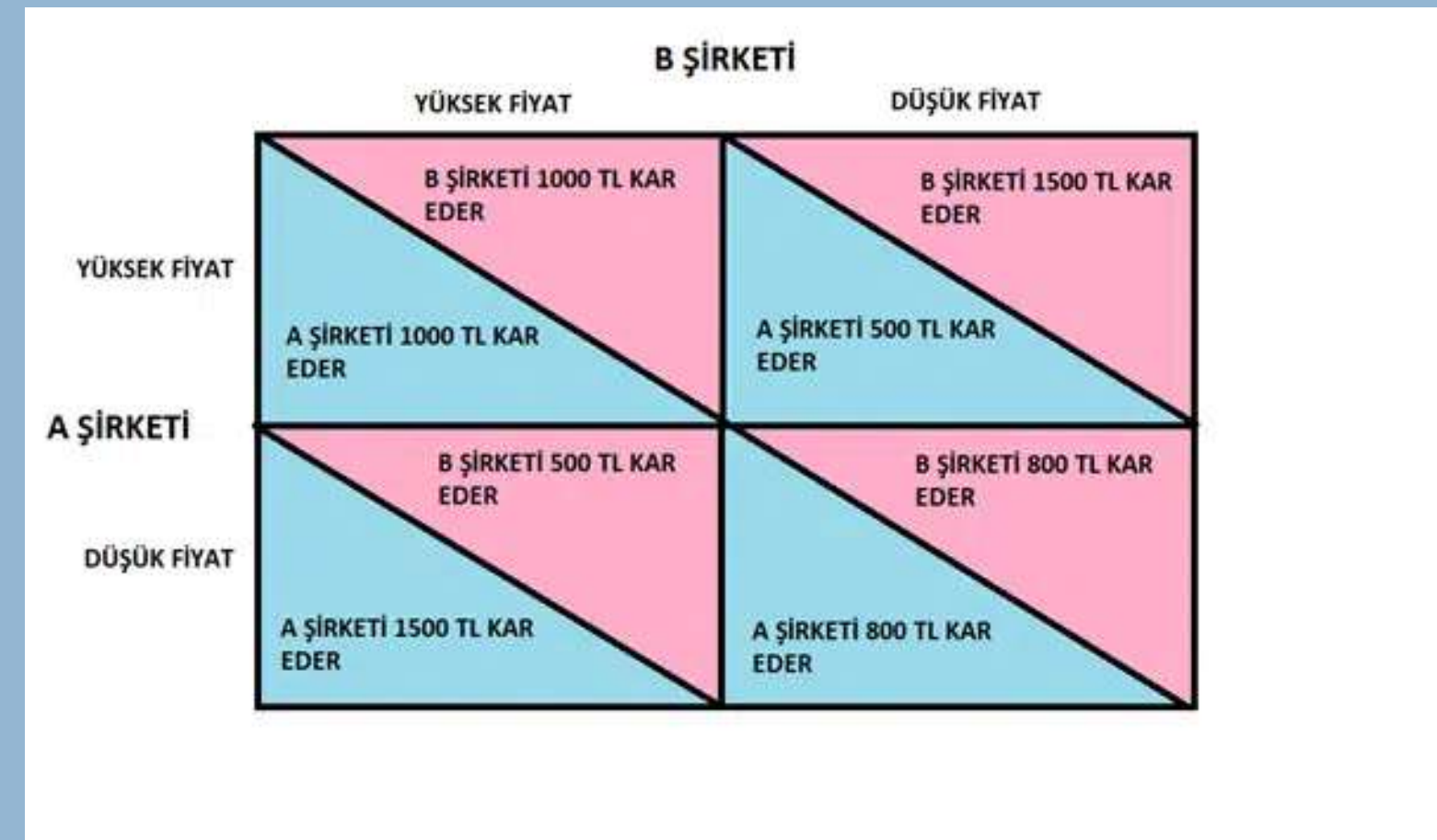
1 milyon dolarınız olduğunu ve size şu döviz kurlarının verildiğini varsayalım: EUR/USD = 1.1586, EUR/GBP = 1.4600 ve USD/GBP = 1.6939.

Bu döviz kurları ile bir arbitraj fırsatı vardır:

1. Euro satın almak için dolar satalım: 1 milyon \$ ÷ 1.1586 = 863.110 €
2. Sterlin için Euro satalım: 863.110 € ÷ 1.4600 = 591.171 £
3. Dolar için sterlin satalım: 591.171 £ x 1.6939 = 1.001.384 \$
4. İlk yatırımı nihai tutardan çıkaralım: 1.001.384 \$ - 1.000.000 \$ = 1.384 \$

Bu işlemlerden 1.384\$'lık bir arbitraj karı elde edersiniz.

Oyun Teorisi

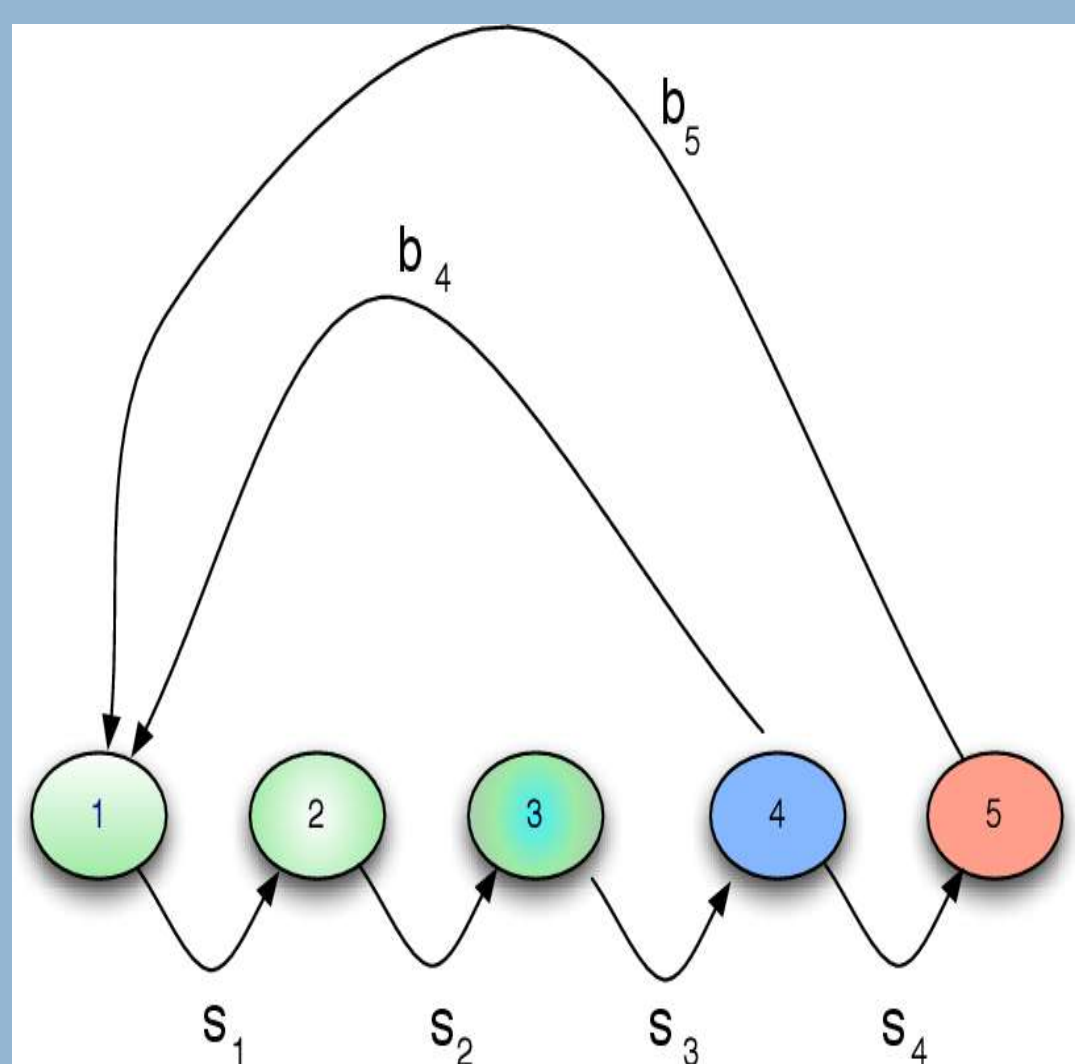


Oyun teorisi, firmaların kararlarını basit oyunlarda optimal stratejiler olarak modellemenin bir yolunu sunar. Bu, ekonomistlerin piyasa baskılarını ve optimal stratejileri incelemesini sağlar. Bu yapıyı kullanarak, oyuncuların düşündükleri seçenekleri ve neden belirli bir seçeneği seçmeye teşvik ettiklerini analiz edebiliriz.

Oyun teorisine göre bir oyun için gerekli olan bileşenler şunlardır:

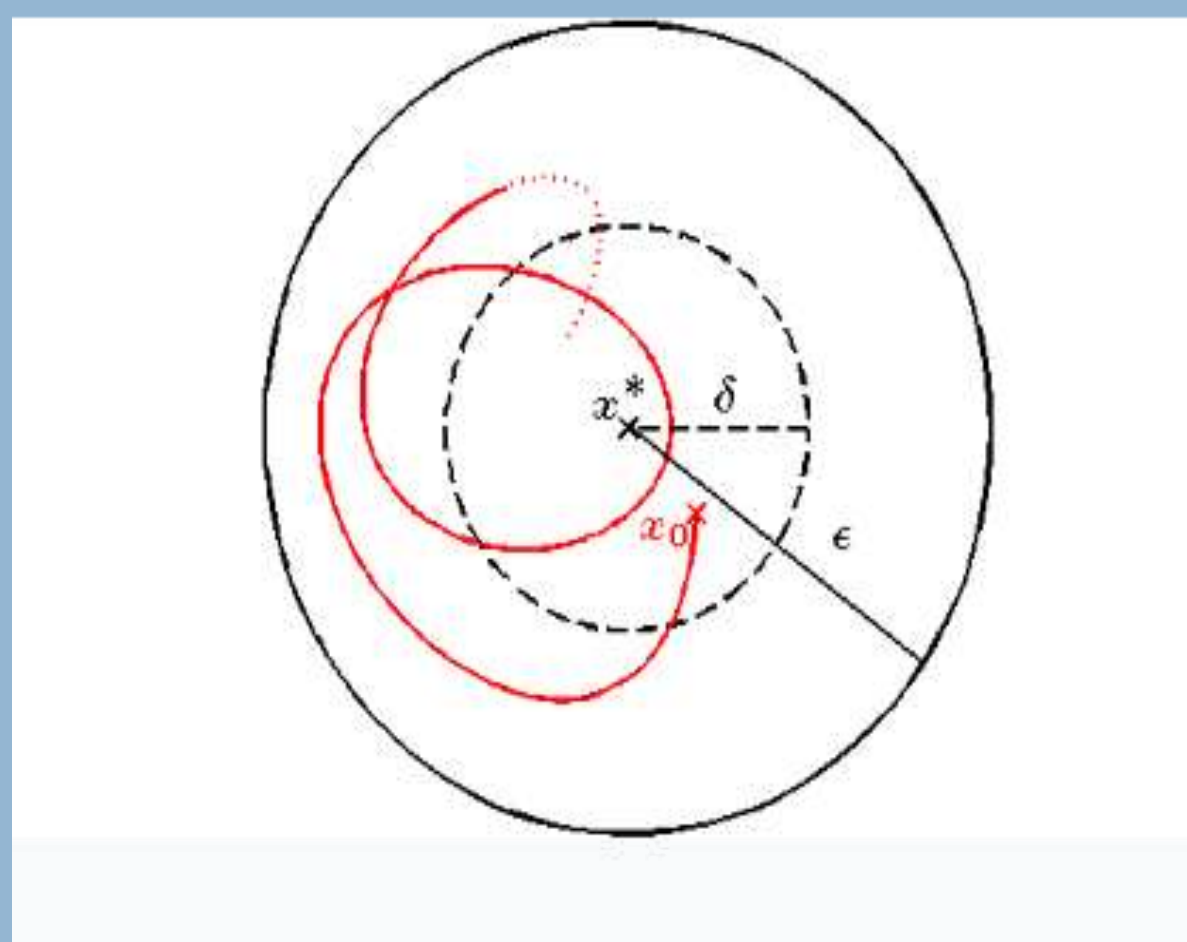
- 1-Oyuncular
- 2-Strateji
- 3- Ödeme
- 4-Bilgi Kümesi
- 5- Denge

Perron-Frobenius Teoremleri



Perron-Frobenius teoremi pozitif girişleri olan gerçek bir kare matrisin benzersiz bir en büyük gerçek özdeğere sahip olduğunu ve karşılık gelen özvektörün kesinlikle seçilebileceğini iddia eder. Bu teorem sistemler teorisi, demografi, dinamik sistemler teorisi, sosyal ağlar ve hatta Google'ın sıralama algoritması gibi birçok alanda geniş uygulamalara sahiptir. İktisatta bu alanlardan biridir. Okishio teoremi ve Hawkins-Simon koşulu bu teoremin iktisattaki uygulamalarına birer örnektir.

Lyapunov'un Kararlılık Kuramı



Kararlılık, konusunu mekanikten alan bir araştırma dalıdır. Rus matematikçisi Aleksandr Mikhailovich Lyapunov kararlılığı şu şekilde tanımlamaktadır:

y^* noktası bir devingen dizgenin bir denge noktası olsun. Eğer herhangi bir $\epsilon > 0$ gerçel sayısı için

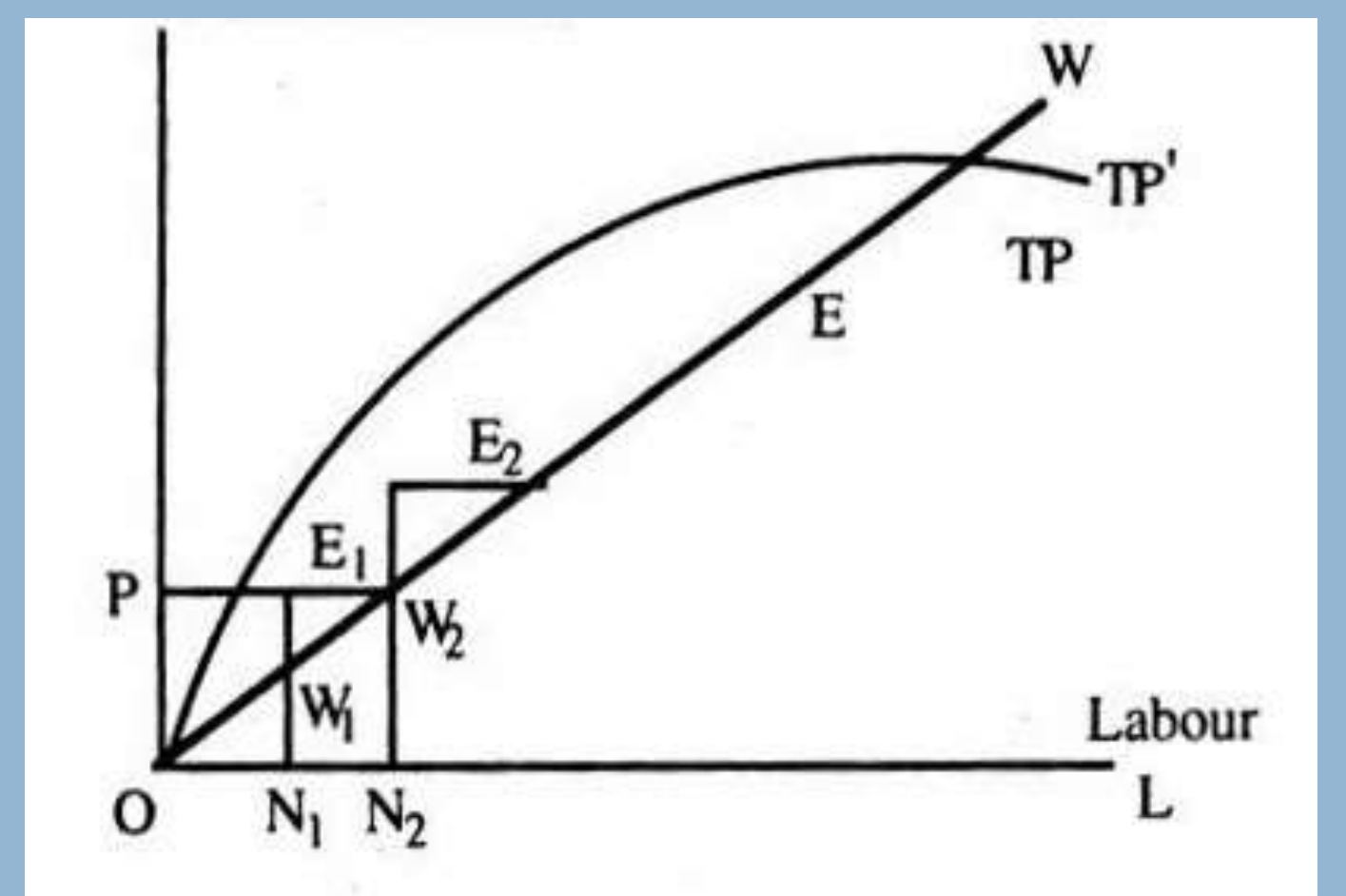
$\|y^* - y\| < \delta \Rightarrow \|y(t, y_0) - y^*\| < \epsilon$ koşulunu sağlayan bir $\delta = \delta(\epsilon)$ noktası varsa y^* , Lyapunov kararlıdır. İktisatta önem taşıyan iki tür kararlılık kavramı vardır. Bunlar yerel kararlılık ve global kararlılık kavramlarıdır.

Ekonometri



Ekonometri, istatistik ve matematikle olan ilişkilerinde ekonomik teorinin incelenmesidir. Temel öncül, ekonomik teorinin, genellikle rastgele değişkenleri içerebilen bir ilişkiler sistemi olarak matematiksel formülasyona uygun olmasıdır. Ekonomistler gözlemleri ve istatistiksel yöntemleri kullanarak, teoriyi oluşturan ilişkileri tahmin etmeye çalışır. Bu yöntemlere örnek olarak; frekans dağılımları, olasılık ve olasılık dağılımları, istatistiksel çıkarım, korelasyon analizi, basit ve çoklu regresyon analizi, eşzamanlı denklem modelleri ve zaman serisi verilebilir.

Büyüme Teorisi



Ekonomide, büyüme teorisi, ekonomistlerin uzun vadeli ekonomik büyüme sürecini bilgi yayılımı, insan sermayesi ve bilgi teknolojisi gibi içsel bir güç aracılığıyla denemek ve açıklamak için kullandıkları bir teoridir. Örneğin; Büyük bir işletmenin, personelinin bir bölümünün dahili projelerde bağımsız olarak çalışmasına izin verme olasılığının yüksek olduğunu varsayalım. Ve bu projelerin yeni şirketlere veya projelere dönüşme olasılığı mevcut olur. Böylece kuruluş, kuruluş içinde beslenen bir başlangıç olarak çalışmasına izin verir. Çalışanların yeni bir teknoloji icat etme arzusu, bunun hem organizasyonu için hem de kendileri için ek kârlar yaratma olasılığından ilham alır. Bu tür bilgi odaklı büyümeyi başarmak, insan sermayesine sürekli bir yatırım gerektirir.